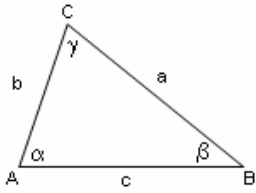


Trojuholník



vrcholy trojuholníka: A, B, C

strany trojuholníka: a, b, c

$$|AB| = c; |BC| = a; |AC| = b$$

uhly trojuholníka: α, β, γ

$$|\angle ABC| = \beta; |\angle ACB| = \gamma; |\angle BAC| = \alpha$$

Súčet vnútorných uhlov trojuholníka je 180° ($\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$)

Vonkajšie uhly trojuholníka sú susednými uhlami vnútorných uhlov. Každý trojuholník má 6 vonkajších uhlov. Vonkajší a vnútorný uhol pri tom istom vrchole vytvárajú spolu priamy uhol (ich súčet je 180°).

Trojuholníková nerovnosť: (umožňuje zistiť, či sa dá trojuholník zostrojiť)

$$a + b > c$$

alebo: nech $a > b > c$

$$a + c > b$$

potom stačí overiť:

$$b + c > a$$

$$b - c < a < b + c$$

Delenie trojuholníkov:

A. podľa veľkosti strán

1. rovnostranný – má všetky tri strany rovnaké

$$a = b = c$$

rovnostranný trojuholník používame pri konštrukcii šesťuholníka

2. rovnoramenný – dva strany rovnaké – **ramená**, tretia rôzna - **základňa**

$$b = c$$

rovnoramenný trojuholník využívame pri konštrukcii osemuholníka

3. rôznostranný – všetky strany rôzne (musí platiť trojuholníková nerovnosť)

B. podľa veľkosti uhlov

1. ostrouhlý – má všetky tri uhly ostré (menšie ako 90°)

2. pravouhlý – jeden uhol pravý (90° , najčastejšie pri vrchole C) a dva uhly ostré

3. tupouhlý – má jeden uhol tupý (väčší ako 90° a menší ako 180°) a dva ostré

Zhodnosť trojuholníkov

Dva trojuholníky sa nazývajú zhodné trojuholníky, ak majú všetky tri strany aj uhly zhodné.

Dva trojuholníky ABC a $A'B'C'$ sú zhodné, ak platí:

$$AB = A'B'; BC = B'C'; CA = C'A'; \gamma = \gamma'; \alpha = \alpha'; \beta = \beta'$$

Dva trojuholníky sú zhodné, ak platí niektorá z nasledujúcich viet o zhodnosti trojuholníka:

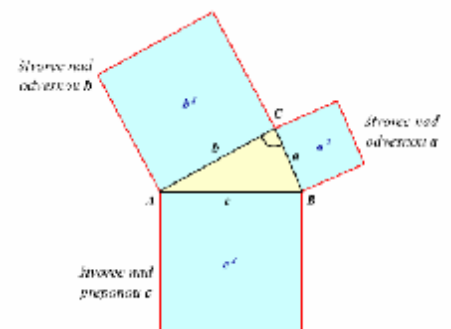
- veta SSS – ak sa trojuholníky zhodujú vo všetkých stranách,
- veta SUS – ak sa trojuholníky zhodujú vo dvoch stranách a uhle nimi zovretom,
- veta USU – ak sa trojuholníky zhodujú v jednej strane a v dvoch uhlov priľahlých tejto strane

Pytagorova veta

V pravouhlom trojuholníku ABC, v ktorom pravý uhol je pri vrchole C, platí:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

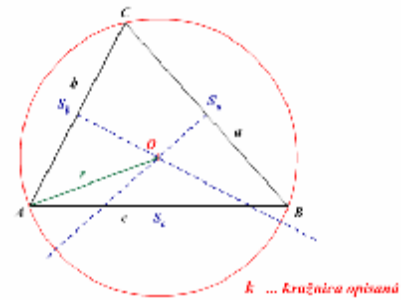
Obsah štvorca nad preponou sa rovná súčtu obsahov štvorcov nad odvesnami pravouhlého trojuholníka.



Kružnica a trojuholník

Kružnica opísaná trojuholníku

Kružnica opísaná trojuholníku je taká kružnica, ktorej stred S je priesečníkom osí jednotlivých strán trojuholníka. Polomer kružnice r je vzdialenosť stredu kružnice (priesečníka osí strán) od ľubovoľného vrcholu trojuholníka.

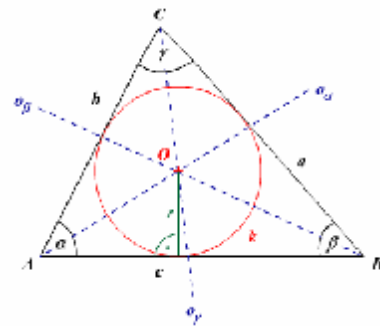


Poznámka:

- Stred kružnice opísanej ostrouhlému trojuholníku sa nachádza vo vnútri trojuholníka.
- Stred kružnice opísanej pravouhlému trojuholníku sa nachádza v strede prepony trojuholníka.
- Stred kružnice opísanej tupouhlému trojuholníku sa nachádza mimo trojuholníka.

Kružnica vpísaná do trojuholníka

Kružnica vpísaná do trojuholníka je taká kružnica, ktorej stred O je priesečníkom osí vnútorných uhlov trojuholníka. Polomer kružnice r je dĺžka kolmice zostrojenej zo stredu kružnice (priesečníka osí vnútorných uhlov) na ľubovoľnú stranu trojuholníka.

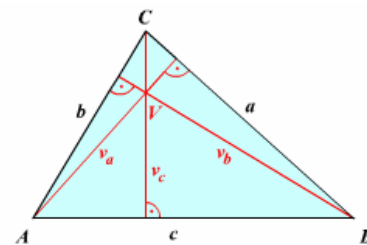


Významné prvky trojuholníka

Výška trojuholníka

Kolmica zostrojená z vrcholu trojuholníka na priamku, na ktorej leží protiláhla strana trojuholníka, sa nazýva **výška trojuholníka**. Výšky trojuholníka sa pretínajú v bode, ktorý nazývame priesečník výšok alebo **ortocentrum** (označujeme ho V).

- v_a výška na stranu a
- v_b výška na stranu b
- v_c výška na stranu c
- V ortocentrum



Poznámka:

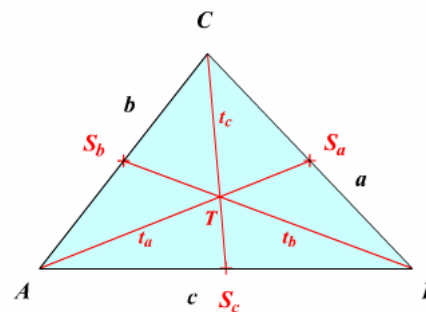
- V ostrouhlom trojuholníku leží ortocentrum leží vo vnútri trojuholníka.
- V pravouhlom trojuholníku je ortocentrum v bode, pri ktorom leží pravý uhol.
- V tupouhlom trojuholníku sa nachádza ortocentrum mimo trojuholníka.

Ťažnica trojuholníka

Úsečka, ktorá spája vrchol trojuholníka so stredom protiláhlej strany, sa nazýva **ťažnica trojuholníka**. Ťažnice trojuholníka sa pretínajú v bode, ktorý nazývame **ťažisko trojuholníka** (označujeme ho T). Vzdialenosť ťažiska od stredu strany, ku ktorej je ťažnica zostrojená, sa rovná jednej tretine dĺžky ťažnice.

$$TS_a = \frac{1}{3} AS_a \quad TS_b = \frac{1}{3} BS_b \quad TS_c = \frac{1}{3} CS_c$$

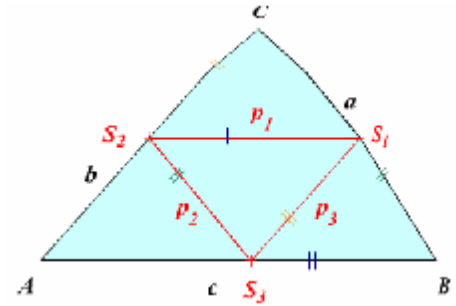
- t_a ťažnica na stranu a
- t_b ťažnica na stranu b
- t_c ťažnica na stranu c
- T ťažisko



Stredná prieka trojuholníka

Stredná prieka trojuholníka je úsečka, ktorá spája vždy 2 stredy strán. Je rovnobežná s treťou stranou trojuholníka. Dĺžka strednej pričky sa rovná jednej polovici strane, s ktorou je rovnobežná.

p_1, p_2, p_3 stredné pričky



Obvod a obsah trojuholníka

Obvod trojuholníka (o)

$$o = a + b + c \quad a, b, c \text{ strany trojuholníka}$$

Obsah trojuholníka (S)

- Pre výpočet obsahu všeobecného trojuholníka

$$S = \frac{a \cdot v_a}{2} = \frac{b \cdot v_b}{2} = \frac{c \cdot v_c}{2}$$

a, b, c strany trojuholníka
 v_a, v_b, v_c výšky trojuholníka

- Pre výpočet obsahu pravouhlého trojuholníka

$$S = \frac{a \cdot b}{2}$$

a, b odvesny trojuholníka

Osová a stredová súmernosť

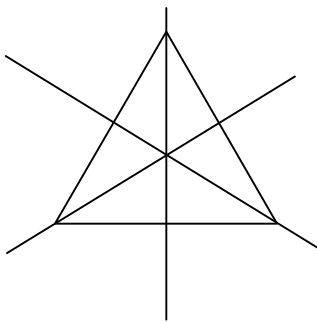
Stredová súmernosť

Žiadny trojuholník nemá stred súmernosti.

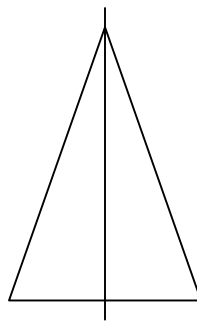
Osová súmernosť

Rovnostranný trojuholník má tri osi súmernosti (osi strán trojuholníka). Rovnoramenný trojuholník má jednu os súmernosti (os základne). Rôznostranný trojuholník nemá os súmernosti.

rovnostranný



rovnoramenný



rôznostranný

